مثال (24):باستخدام التعريف أوجد مشتقة الدالة f: $F(x) = 2x^2 + 1$ عند النقطة $x = 1$

$f(1) = 2(1)^2 + 1 = 3$

$$\acute{f}(1) = \lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2x^2+1-3}{x-1} = 2x^2 - 2$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2(x-1)(x+1)}{x-1} =$$

$$= 2(1+1) = 4$$

$\therefore$ مشتقة الدالة f عند $x = 1$ هي $F'(1) = 4$

مثال (25): لتكن f:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \le -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن: F′ (-1)

الحل

$f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 0$

$$f'_+(a) = \lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$f'+(-1) = \lim_{x\to a^+}\frac{x^2-x-2-0}{x-(-1)} = \lim_{x\to a^+}\frac{x^2-x-2}{x+1}$$

$$= \lim_{x\to -1^+}\frac{(x-2)(x+1)}{x+1} = \lim_{x\to -1^+}(x-2) = -1-2$$

$$= -3$$

$\therefore f'_+(-1) = -3$

$$f'_-(-1) = \lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+x-0}{x+1} = \lim_{\to -1^-}\frac{x^2+x}{x+1}$$

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{x(x+1)}{x+1} = \lim_{x\to -1^-}(x) = -1$$

$\therefore f'_-(-1) = -1$

$\because f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$

$\therefore$ f′ (-1). غير موجودة

مثال (42): لتكن الدالة f: $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي:

1. النقاط الحرجة للدالة. 2. الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة. 3. القيم القصوى المحلية.

∵ f دالة كثيرة الحدود. ∴ f دالة متصلة وقابلة للاشتقاق على R.

- نوجد المشتقة الأولى بقانون الاشتقاق.

$f'(x) = 3x^2 - 12$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12 = 0$

$3(x^2 - 4) = 0$

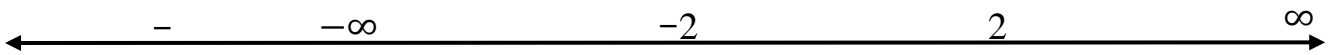
$3(x - 2)(x + 2) = 0$

$x - 2 = 0$ | $x + 2 = 0$

$x = 2$ | $x = -2$

$f(2) = (2)^3 - 12(2) - 5 = -21$ نقطة حرجة $\rightarrow (2, -21)$

$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) - 5 = 11$ نقطة حرجة $\rightarrow (-2, 11)$



الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f′	+ + +	− −	+ + +
سلوك الدالة f	متزايدة	متناقصة	متزايدة

من الجدول يتضح الآتي:

الدالة متزايدة في $(-\infty, -2)$، $(2, \infty)$ الدالة متناقصة في $(-2, 2)$

القيم العظمى المحلية $f(-2) = 11$ القيم الصغرى المحلية $f(2) = -21$