★ قواعد الأسس

1) $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
$x^2 \cdot x^3 = x^5$

2) $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
$\frac{x^7}{x^3} = x^4$

3) $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$(x^2)^3 = x^6$

4) $\bar{x}^n = \frac{1}{x^n}$
$x^{-4} = \frac{1}{x^4}$

★ بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية: $x, y \in Q^+$ $\left[\left(\sqrt{x^3 \cdot y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1}$

$= \left(\sqrt{(xy)^3}\right)^{-\frac{1}{3}}$
$= \left((xy)^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}} = (xy)^{-\frac{1}{2}}$
$= \frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x \cdot y}} \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}$ ضرب بمرافق المقام
$= \frac{\sqrt{xy}}{xy}$

★ بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية: $\left(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3}\right)^{-12}$ $; x, y \in Q^+$

$= \left(\sqrt[4]{xy^3}\right)^{-12}$
$= \left[(xy^3)^{\frac{1}{4}}\right]^{-12} = (xy^3)^{-3}$
$= \frac{1}{(xy^3)^3} = \frac{1}{x^3y^9}$

★ بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية: $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

$= \sqrt[2.4]{256}$
$= \sqrt[8]{2^8} = 2$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n \cdot m]{x}$

✶ أوجد مجموعة الحل للمعادلات التالية: $\log(2x) + \log(x-3) = \log 8 \quad x \in (3,\infty)$

مجال التعريف موجود لا داعي لإيجاده

$\log_{10} 2x(x-3) = \log_{10} 8$

$2x(x-3) = 8$

$2x^2 - 6x = 8$

$2x^2 - 6x - 8 = 0$

الحل بالحاسبة $x = 4$ أو $x = -1$

$x = 4 \in (3, \infty)$

$x = -1 \notin (3, \infty)$

- م. ح = {4}

✶ أوجد مجموعة حل المعادلات التالية: $\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2 \frac{1}{x} \quad x \in (1,\infty)$

الطرح يتحول إلى قسمة:

$$\log_2 \frac{x-1}{x+3} = \log_2 \frac{1}{x}$$

نضع أساس 2 للتخلص من $\log_2$

$\therefore \frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{x}$ → ضرب تقاطعي

$x^2 - x = x + 3$

$x^2 - x - x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\therefore x = 3 \in (1,\infty)$ أو $x = -1 \notin (1,\infty)$

- م. ح = {3}

✶ أوجد مجموعة حل المعادلات التالية: $\log_{10}(7 - 2x) = -1$

$\log_{10}(7 - 2x) = -1$

أساس 10 للطرفين

مجال الدالة:

$7 - 2x > 0$

$\frac{2x}{2} < \frac{7}{2}$

$x < 3.5$

$x \in (-\infty, 3.5)$

$7 - 2x = 10^{-1}$

$-2x = 10^{-1} - 7$

$\therefore x = \frac{10^{-1} - 7}{-2}$

$\therefore x = 3.45 \in (-\infty, 3.5)$

- م. ح = {3.45}